

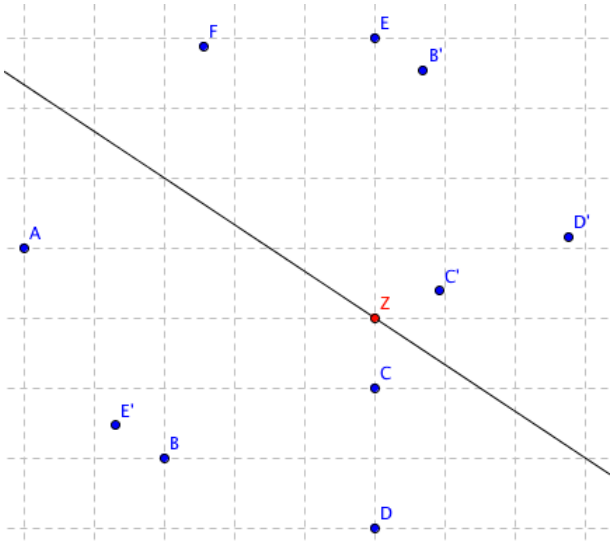
# Lösungen zu den Aufgaben 7. Klasse

**Beachte:** Einheit bei allen Geometriaufgaben: 1 Kästchenlänge  $\hat{=}$  1 cm

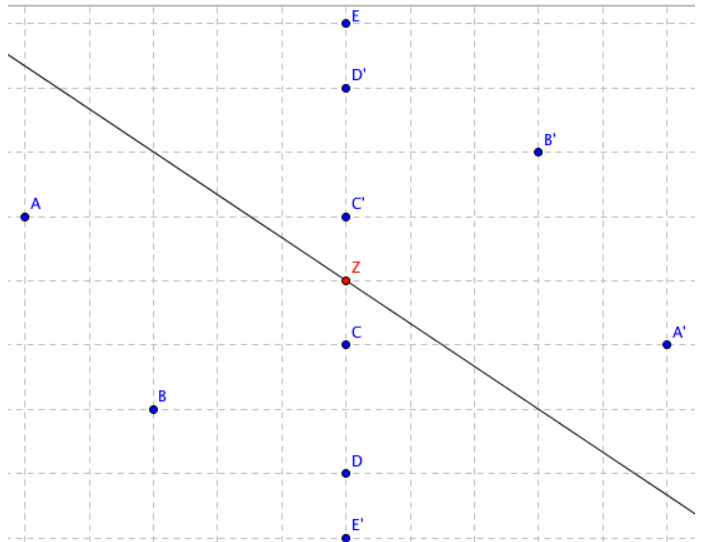
## 1. Achsen- und Punktsymmetrie

1. Aufgabe:

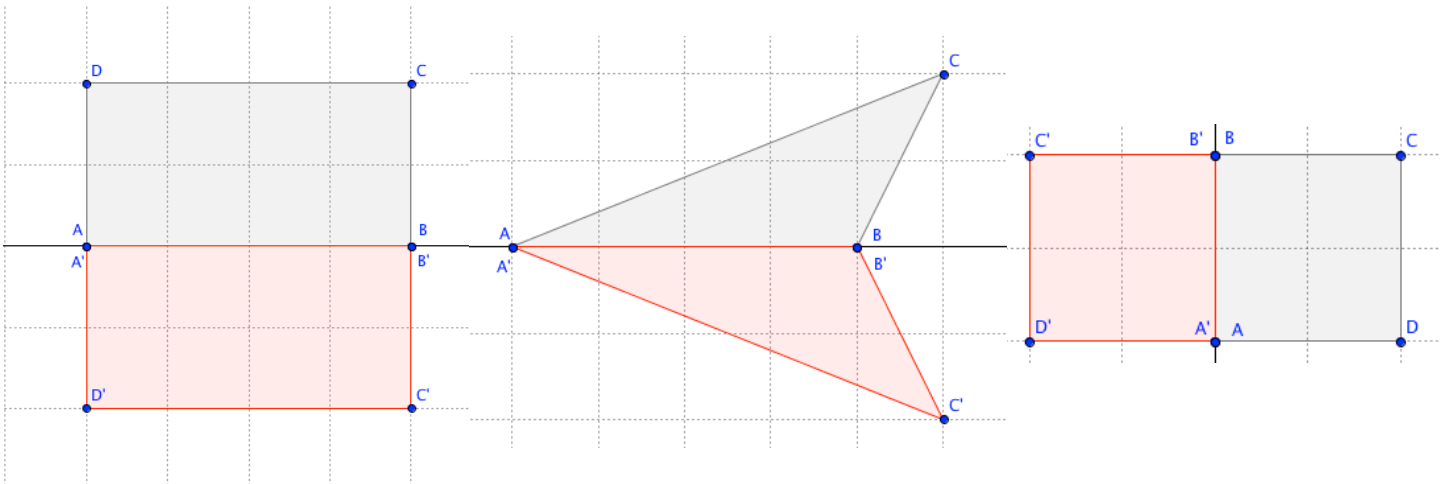
Achsenspiegelung:



Punktspiegelung:

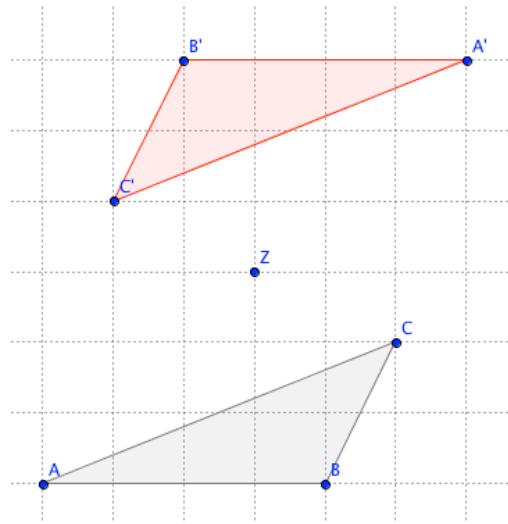
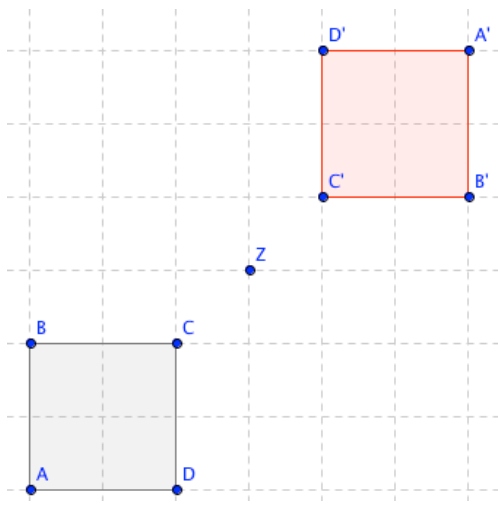


2. Aufgabe:



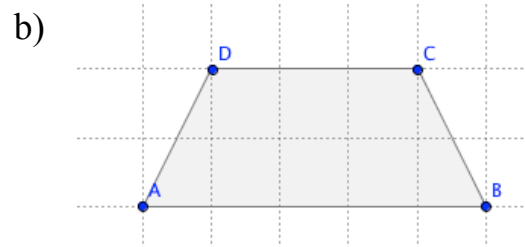
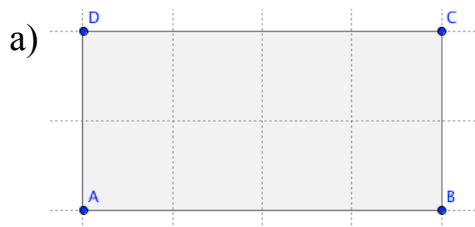
3. Aufgabe:





## 2. Symmetrische Vierecke

1. Aufgabe: (auch andere „Buchstabierung möglich“)



c) (zwei Lösungen möglich)



2. Aufgabe:

Raute:

- zwei Symmetrieachsen (jeweils die Diagonalen)
- punktsymmetrisch zum Diagonalenschnittpunkt
- vier gleich lange Seiten
- zweimal zwei parallele Seiten
- gegenüberliegende Winkel sind gleich groß
- Diagonalen stehen senkrecht aufeinander und halbieren sich gegenseitig
- benachbarte Winkel ergänzen sich zu  $180^\circ$

Gleichschenkliges Trapez:

- eine Symmetrieachse (die Mittelsenkrechte der beiden parallelen Seiten)
- zwei Seiten sind gleich lang (= Schenkel)
- zwei Paare gleicher Winkel (= Basiswinkel) anliegend an die Parallelen
- Winkel an den Schenkeln ergeben zusammen  $180^\circ$
- Diagonalen sind gleich lang

Drachenviereck:

- eine Symmetrieachse (eine der beiden Diagonalen)
- zwei Paare gleich langer Seiten
- ein Paar gleich großer Winkel
- Diagonalen stehen senkrecht aufeinander

3. Aufgabe:

- falsch, ein beliebiges Rechteck besitzt 2 Symmetrieachsen (nur Quadrate haben 4 Symmetrieachsen).
- falsch, nur zwei Seiten sind parallel. Die Schenkel sind in der Regel nicht parallel zueinander.
- wahr

### 3. Grundkonstruktionen

1. Aufgabe:

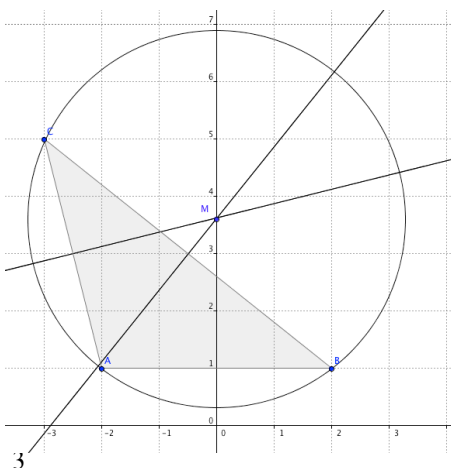
$\alpha$ : ja

$\beta$ : nein

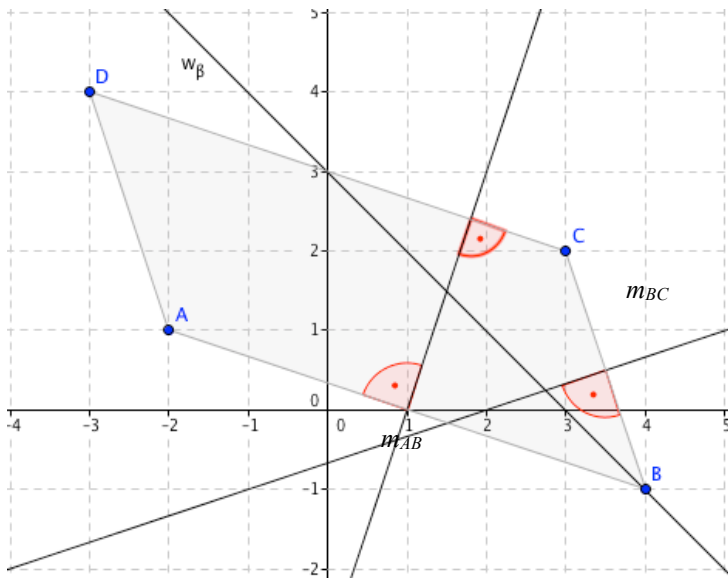
$\gamma$ : nein

$\delta$ : ja

2. Aufgabe:



3. Aufgabe: Die Figur ist ein Parallelogramm.



## 4. Entdeckungen an Geraden- und Doppelkreuzungen

1. Aufgabe:

Begründung: Nebenwinkel

$$\alpha + 3\alpha = 180^\circ$$

$$4\alpha = 180^\circ | :4$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\rightarrow 3\alpha = 135^\circ$$

2. Aufgabe:

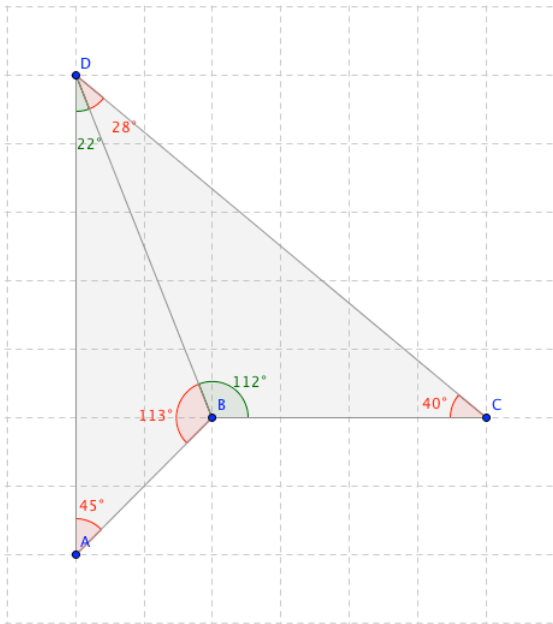
Begründung: Nebenwinkel

$$\alpha = 180^\circ - 39,78^\circ$$

$$\alpha = 140,22^\circ$$

## 5. Entdeckungen an Dreiecken und Vierecken

### 1. Aufgabe:

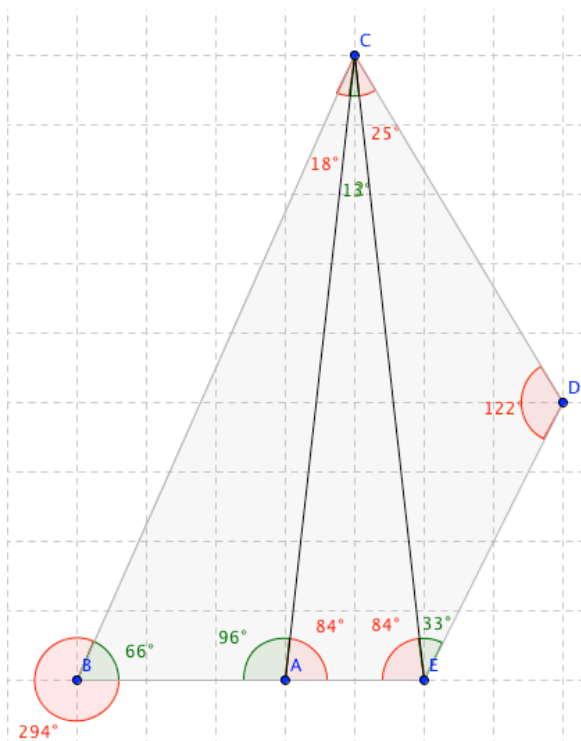


Begründung: IWS = Innenwinkelsumme

$$\sphericalangle ADB = 180^\circ - 45^\circ - 113^\circ = 22^\circ \text{ (IWS im } \triangle ABD)$$

$$\sphericalangle CBD = 180^\circ - 40^\circ - 28^\circ = 112^\circ \text{ (IWS im } \triangle BCD)$$

### 2. Aufgabe:



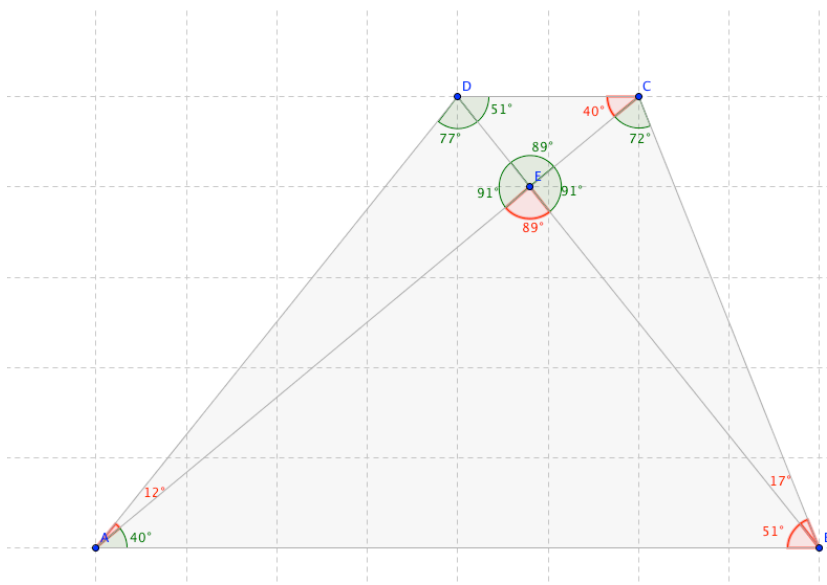
$$\sphericalangle ABC = 360^\circ - 294^\circ = 66^\circ \text{ (Vollwinkel)}$$

$$\sphericalangle CAB = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ \text{ (Nebenwinkel)}$$

$$\sphericalangle ACE = 180^\circ - 84^\circ - 84^\circ = 12^\circ \text{ (IWS im } \triangle AEC)$$

$$\sphericalangle DEC = 180^\circ - 25^\circ - 122^\circ = 33^\circ \text{ (IWS im } \triangle EDC)$$

### 3. Aufgabe:



- $\sphericalangle BAE = 180^\circ - 51^\circ - 89^\circ = 40^\circ$   
(IWS im  $\triangle ABE$ )
- $\sphericalangle DEA = 180^\circ - 89^\circ = 91^\circ$   
(Nebenwinkel)
- $\sphericalangle DEA = \sphericalangle BEC = 91^\circ$   
(Scheitelwinkel)
- $\sphericalangle AEB = \sphericalangle CED = 89^\circ$   
(Scheitelwinkel)
- $\sphericalangle ADE = 180^\circ - 12^\circ - 91^\circ = 77^\circ$   
(IWS im  $\triangle AED$ )
- $\sphericalangle ECB = 180^\circ - 91^\circ - 17^\circ = 72^\circ$   
(IWS im  $\triangle CEB$ )
- $\sphericalangle EDC = 180^\circ - 89^\circ - 40^\circ = 51^\circ$   
(IWS im  $\triangle DEC$ )

## 6. Terme aufstellen und Termwerte berechnen

### 1. Aufgabe:

$a$	-3	0	0,5	4
$T(a) = a^2 + 2a - 1$	2	-1	0,25	23
$T(a) = 3,5a - 6$	-16,5	-6	-4,25	8
$T(a) = a^3 - 3a - 1$	-19	-1	-2,375	51

### 2. Aufgabe:

$a$	-3	0	0,5	4
$b$	-2	0,5	2	3
$T(a; b) = 3ab^2 + 2b - a$	-37	1	9,5	110
$T(a; b) = a - b + 4$	3	3,5	2,5	5
$T(a; b) = a^3b - 3ab^2 - 7$	83	-7	-12,75	77

### 3. Aufgabe:

$a$	-1	0	2,5	6
$T(a) = a - 2$	-3	-2	0,5	3,5
$T(a) = a^2 + 1$	2	1	7,25	37
$T(a) = 2a + 4$	2	4	9	16

## **7. Abhängigkeiten beschreiben und untersuchen**

### 1. Aufgabe:

$T_1(4)$  = nicht definiert;  $a = 4$  darf nicht eingesetzt werden

$T_2\left(\frac{3}{5}\right)$  = nicht definiert;  $a = \frac{3}{5}$  darf nicht eingesetzt werden

$T_3$  für alle Werte aus  $\mathbb{Q}$  definiert  $\rightarrow D = \mathbb{Q}$

2. Aufgabe: Bei  $T_3$ .

3. Aufgabe: Bei  $T_2$ .

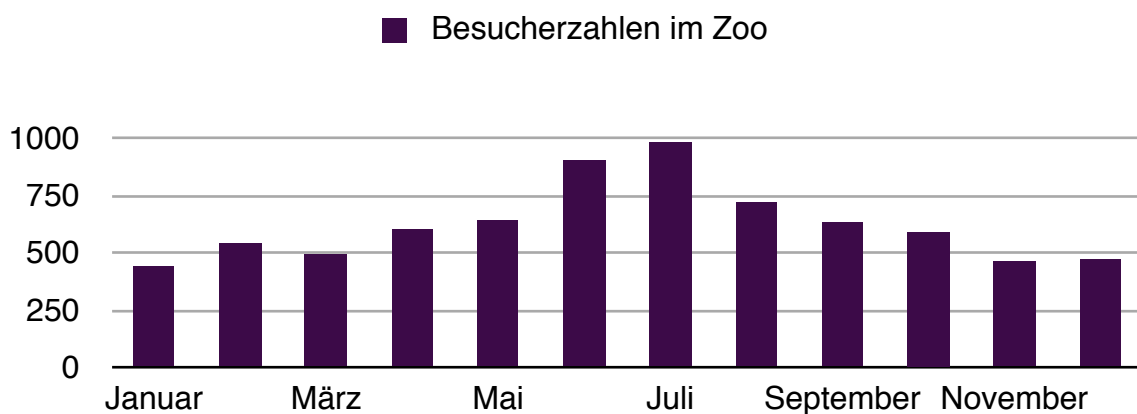
## **8. Daten und Diagramme**

### 1. Aufgabe:

$$\text{Durchschnitt} = \frac{420 + 540 + 490 + 600 + 640 + 900 + 980 + 720 + 630 + 590 + 460 + 470}{12} = 620$$

Im Durchschnitt waren es 620 Besucher pro Monat.

### 2. Aufgabe:



### 3. Aufgabe:

Jan	Feb	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
90	120	150	190	170	150	100	120	150	170	150	120

## **9. Wiederholen und Vertiefen des Prozentrechnens**

### 1. Aufgabe:

	Grundwert	Prozentsatz	Prozentwert
a)	35 €	10 %	3,50 €
b)	80 €	15 %	12 €
c)	800 €	20 %	160 €

### 2. Aufgabe:

a)  $599 \text{ €} \cdot 0,80 = 479,20 \text{ €}$

b)  $400 \text{ €} \cdot 0,17 = 68,00 \text{ €}$

### 3. Aufgabe:

$$25 \cdot 7 \text{ €} \cdot (1 - 0,15) = 25 \cdot 5,95 \text{ €} = 148,75 \text{ €}$$

### 4. Aufgabe:

a)  $2625 \text{ €} : 105\% = 2625 \text{ €} : 1,05 = 2500 \text{ €}$

b)  $207 \text{ €} : 90\% = 207 \text{ €} : 0,9 = 230 \text{ €}$

## **10. Zusammenfassung der Rechengesetze für rationale Zahlen**

### 1. Aufgabe:

a)  $10x + 3y$

b)  $-12a + 5b$

c)  $8c + 2x + 7b$

d)  $5y - 4x$

e)  $5,2a + 5,3$

f)  $z - 1,9$



## 2. Aufgabe:

- a)  $13a - 2b + 5a - [29b - 7a] = 25a - 31b$
- b)  $-8y - 5x - y + 5x = -9y$
- c)  $-7 - 23p + [15p - 18q] = -7 - 8p + 18q$
- d)  $-7x - [-22y + x + 3x + 5y] = -11x + 17y$
- e)  $-[-6uv - u - 17v] = 6uv + 17v + u$
- f)  $-18abc - [11bc - 13abc] = -5abc - 11bc$

## 3. Aufgabe:

- a)  $21n + 28a$
- b)  $24 - 6x$
- c)  $-36n$
- d)  $-15ae + 20bi$
- e)  $55d - 11ef$
- f)  $3x - 3y + 9$

## 4. Aufgabe:

- a)  $-48a - 8b - 36b + 36a = -12a - 44b$
- b)  $45c - 20d - 90c - 46d = -45c - 66d$
- c)  $60cn - 60cn - 96dn + 96dn = 0$
- d)  $[3nx + 4mx - 12n + 12m] - 3xn = 12m - 12n + 4mx$
- e)  $28n - 12p - [-6n + 14p] = 34n - 26p$
- f)  $12bz - 6bz - bz = 5bz$

## 5. Aufgabe:

- a)  $(2 - 8) : 0,5 = -6 : 0,5 = -6 \cdot 2 = -12$
- b)  $(5 + 4) : 0,25 = 9 \cdot 4 = 36$
- c)  $2,5 \cdot (4 - 8) = 2,5 \cdot (-4) = -10$
- d)  $9,4 \cdot (2 - 1 + 3) = 9,4 \cdot 4 = 37,6$
- e)  $9 \cdot (8 + 3 + 12) = 9 \cdot 23 = 207$

## 11. Umformen von Summen und Produkten

### 1. Aufgabe:

a)  $30x^6y^4z^4$

b)  $24c^3d^4e$

c)  $-120a^5cd^8$

d)  $-0,9r^4s^5t^6$

e)  $-108cd^4p^8$

f)  $-45a^3b^5$

### 2. Aufgabe:

a)  $62rs^2 - 27r^3s$

b)  $35a^3c^3 - 56a^4c^5 + 2ad$

c)  $-5e^2f^4g^3 + 17e^3f^3g^4$

d)  $10j^7k^6l^3 + 10j^2k^3l^4$

e)  $20m^2n^5r - 23m^2n^2r^5 + 9mnr^2$

f)  $73a^2o^3p^4 - 31a^3o^3p^4 - 41ao^3p^4$

## 12. Klammerregeln - Das Multiplizieren von Summen und Differenzen

### 1. Aufgabe:

a)  $2a^2 + 5a + 3$

b)  $6b^2 - 13b + 6$

c)  $1,5b - 6 + 3,6ab - 14,4a$

d)  $2,8x^5 + 22x^3 + 2,8x^2 + 22$

e)  $3,5x^4 + 3,5x^3y - 4x - 4y$

f)  $-x^3 - x^2 + 9x$

### 2. Aufgabe:

a)  $x^2 - x - 2 + 1,5x^2 + 2 = 2,5x^2 - x$

b)  $-y^2 + 0,25y + 6y - 1,5 + 3 - y^2 = -2y^2 + 6,25y + 1,5$

c)  $-x^2 - 2xy + 0,5x - 0,4xy - 1,5y^2 = -x^2 - 1,5y^2 - 2,4xy + 0,5x$

d)  $8x^2 + 6x - 32x - 24 - x^2 + 7x + 3x - 21 = 7x^2 - 16x - 45$

e)  $-a^2 + b^2 - a - b + a^2 + ab = b^2 + ab - a - b$

## 13. Durch Probieren und Überlegen zur Lösung

### 1. Aufgabe:

- a)  $L = \{4\}$       c)  $L = \{8\}$       e)  $L = \{2\}$   
b)  $L = \{2\}$       d)  $L = \{5\}$       f)  $L = \{1\}$

### 2. Aufgabe:

- a)  $L = \{4\}$               b)  $L = \{3\}$               c)  $L = \{-12; 12\}$

### 3. Aufgabe:

- a) falsch,  $x = 10$       c) richtig  
b) richtig              d) falsch,  $x = 4$

## 14. Lösung einer Gleichung

### 1. Aufgabe:

- a)  $3x + 4 = 16 \quad | -4$               b)  $7x + 23 = 58 \quad | -23$               c)  $L = \{8\}$               e)  $L = \{8\}$   
     $3x = 12 \quad | :3$                        $7x = 35 \quad | :7$                       d)  $L = \{12\}$               f)  $L = \{7,4\}$   
     $x = 4 \rightarrow L = \{4\}$                        $x = 5 \rightarrow L = \{5\}$

### 2. Aufgabe:

- a)  $L = \{2\}$               c)  $-8 + 16x = -4$               e)  $25 - 6x = 16 - 3x$   
b)  $L = \{24\}$                $L = \{0,25\}$                        $L = \{\frac{1}{3}\}$   
    d)  $2x - 25 = 8$   
         $L = \{16,5\}$

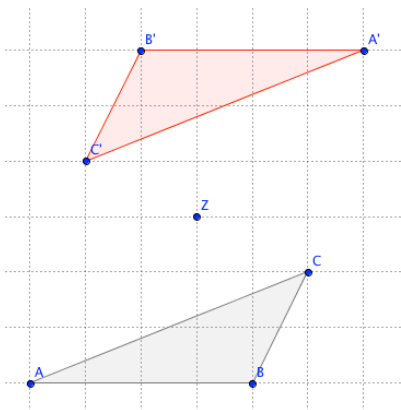
### 3. Aufgabe:

- a)  $-16x + 2 = 5 - 15x$               c)  $-24x = -32 + 16x$   
     $L = \{-3\}$                        $L = \{0,8\}$   
b)  $-13x - 20 = 6$                       d)  $-2x - 4 = 3x - 1$   
     $L = \{-2\}$                        $L = \{-0,6\}$

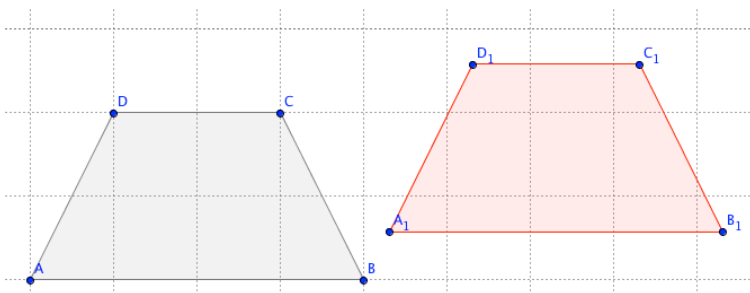
## 15. Kongruente Figuren

1. Aufgabe: Deckungsgleichheit von Figuren, wobei entsprechende Winkel und Strecken gleich groß sind.

2. Aufgabe: z.B.



3. Aufgabe: z.B.



## 16. Kongruenzsätze für Dreiecke

1. Aufgabe: vgl. *Basiswissen 7. Klasse, S. 21f.*

2. Aufgabe:

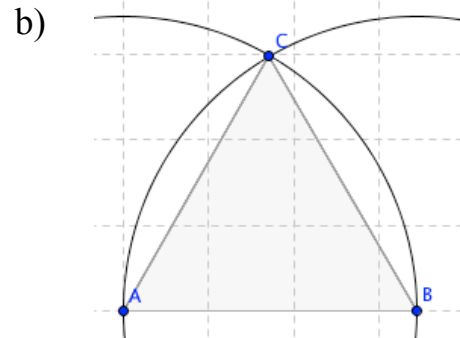
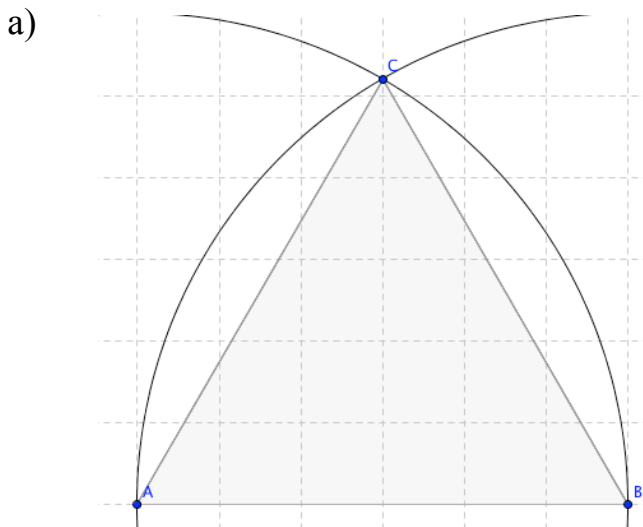
- a) ja, ist konstruierbar  $\rightarrow$  SSS, Summe der beiden kürzeren Seiten größer als die längste Seite
- b) ja, ist konstruierbar  $\rightarrow$  SWS
- c) nein, ist nicht konstruierbar, da die Winkelsumme für ein Dreieck  $180^\circ$  beträgt. In diesem Fall wären es aber  $240^\circ$ .

3. Aufgabe:

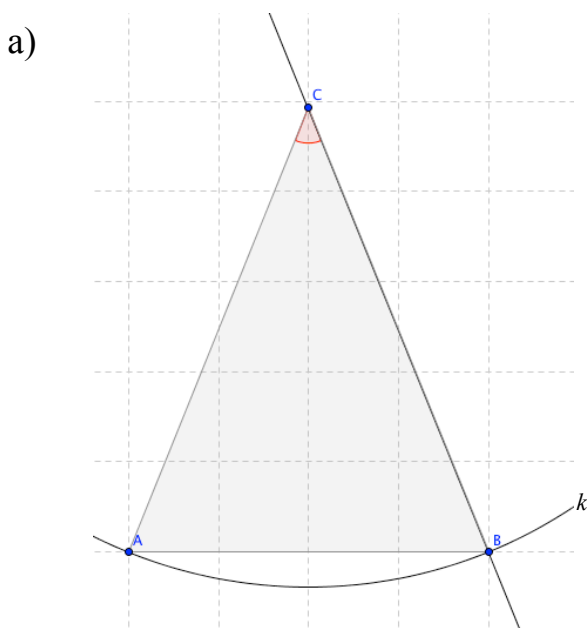
	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	$\sphericalangle$ <b>BAC</b>	$\sphericalangle$ <b>CBA</b>	$\sphericalangle$ <b>ACB</b>
a)	5 cm	5,5 cm	6,4 cm	49°	56°	75°
b)	1,6 cm	3,6 cm	4,6 cm	118°	44°	18°
c)	1,9 cm	3,5 cm	4,1 cm	37°	47°	96°

## 17. Besondere Dreiecke

1. Aufgabe: Allgemein beträgt die Größe aller drei Winkel in einem gleichseitigen Dreieck immer  $60^\circ$ .

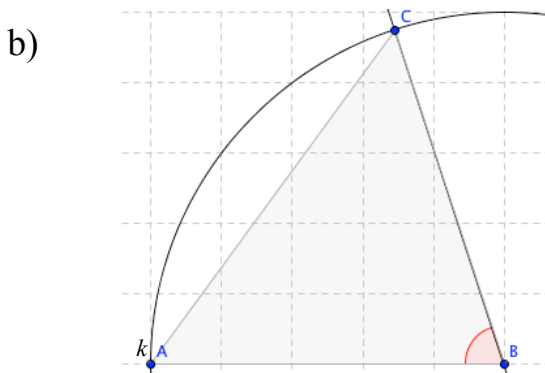


2. Aufgabe:



Konstruktionsbeschreibung:

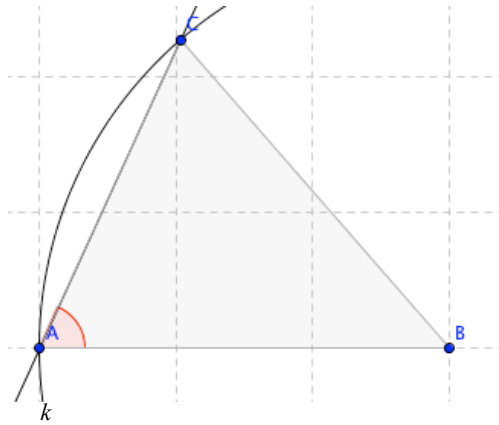
1. Strecke  $[AC]$  mit 4,9 cm zeichnen.
2. Winkel  $\gamma = 44^\circ$  in  $C$  an  $[AC]$  antragen.
3. Kreis  $k$  um  $C$  mit  $r = 4,9$  cm zeichnen.
4. Kreis  $k$  scheidet den freien Schenkel von  $\gamma$  in  $B$ .
5. Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  verbinden.



Konstruktionsbeschreibung:

1. Strecke  $[AB]$  mit 5 cm zeichnen.
2. Winkel  $\beta = 72^\circ$  in  $B$  an  $[AB]$  antragen.
3. Kreis  $k$  um  $B$  mit  $r = 5$  cm zeichnen.
4. Kreis  $k$  schneidet den freien Schenkel von  $\beta$  in  $C$ .
5. Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  verbinden.

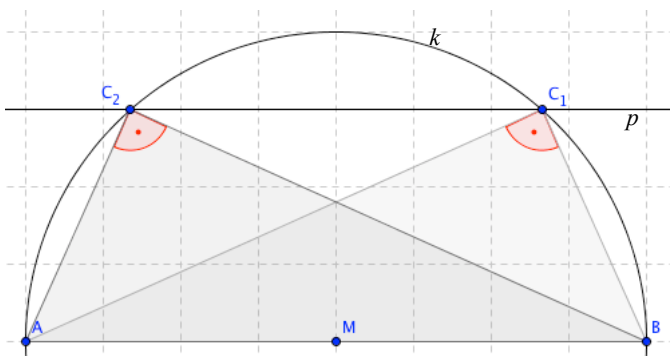
c)



Konstruktionsbeschreibung:

1. Strecke  $[AB]$  mit 3 cm zeichnen.
2. Winkel  $\alpha = 66^\circ$  in  $A$  an  $[AB]$  antragen.
3. Kreis  $k$  um  $B$  mit  $r = 3$  cm zeichnen.
4. Kreis  $k$  schneidet den freien Schenkel von  $\alpha$  in  $C$ .
5. Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  verbinden.

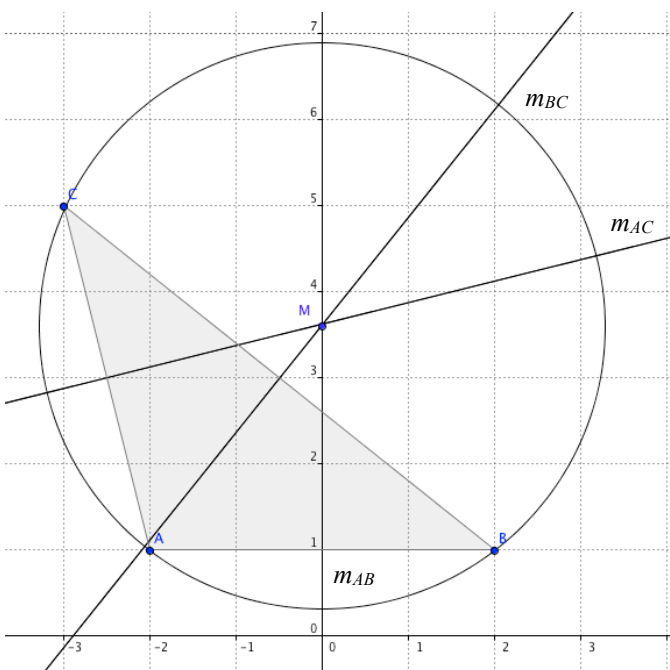
3. Aufgabe:



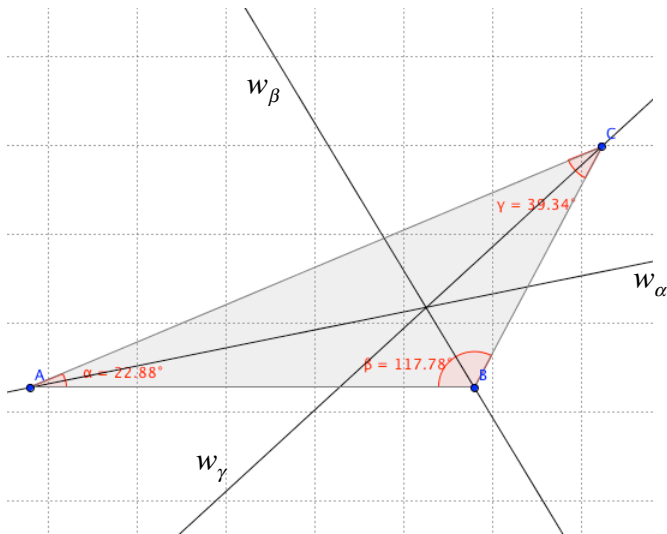
Konstruktionsbeschreibung:

1. Strecke  $[AB]$  mit  $\overline{AB} = 8$  cm zeichnen.
2. Mittelpunkt  $M$  der Strecke  $[AB]$  konstruieren.
3. Kreis  $k$  um  $M$  mit  $r = 4$  cm zeichnen.
4. Parallele  $p$  zur Strecke  $[AB]$  im Abstand von 3 cm einzeichnen.
5.  $k$  und  $p$  schneiden sich in den Punkten  $C_1$  und  $C_2$ .
6. Nun die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C_1$  bzw.  $A$ ,  $B$ ,  $C_2$  verbinden.  $\rightarrow$  Es gibt zwei (kongruente) Lösungen!

**18. Besondere Linien und Punkte im Dreieck und Konstruktion**



## 2. Aufgabe:



3. Aufgabe: Der Schnittpunkt  $S$  der Lote ist von den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  gleich weit entfernt. ( $\rightarrow$  Umkreismittelpunkt)

