Aufgaben zum Basiswissen 10. Klasse

1. Berechnungen an Kreisen und Dreiecken

1. Aufgabe: In einem Kreis mit Radius r sei α ein Mittelpunktswinkel mit zugehörigem Kreisbogen der Länge b und Kreissektor mit Flächeninhalt A_S. Übertrage die Tabelle in dein Heft und fülle die Lücken.

	α	r	b	A_S
a)	60°	5,4 m		
b)		3 cm	10 cm	
c)	45°		5 dm	
d)		2,9 km		15 km^2
e)	30°	7,5 cm		
f)		9,3 mm	20 mm	

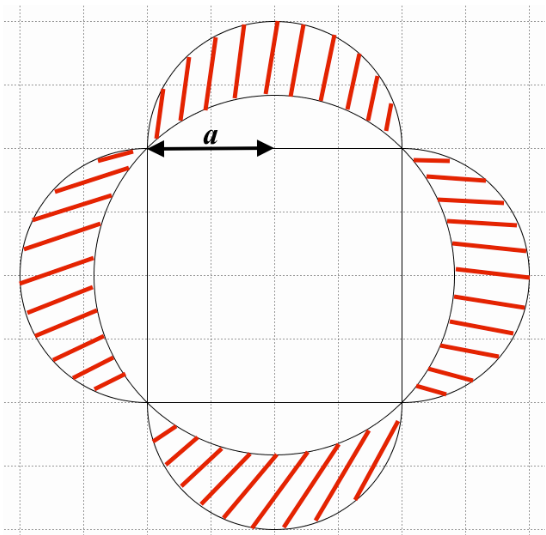
2. Aufgabe: Rechne vom Gradmaß ins Bogenmaß um.

a) 45° b) 120° c) 75° d) 187° e) 405° f) 330°

3. Aufgabe: Berechne jeweils das Gradmaß des angegebenen Winkels.

$a)\ \frac{1}{2}\pi \quad b)\ \frac{3}{2}\pi \quad c)\ \frac{\pi}{4} \quad d)\ \frac{6}{3}\pi \quad e)\ \frac{5}{12}\pi \quad f)\ \frac{16}{3}\pi$

4. Aufgabe: Bestimme den Flächeninhalt der rot schraffierten Fläche und ihren gesamten Umfang in Abhängigkeit von a.



2. Sinus und Kosinus am Einheitskreis

1. Aufgabe: Berechne die Werte ohne Taschenrechner durch Zurückführung auf spitze Winkel.

a) sin 135° b) sin 150° c) sin 225° d) cos 120° e) cos 405° f) cos (-60°)

2. Aufgabe: Berechne die Werte ohne Taschenrechner, durch Zurückführung auf spitze Winkel.

$a)\ \sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) \quad b)\ \sin\left(-\frac{1}{3}\pi\right) \quad c)\ \sin\left(\frac{5}{6}\pi\right) \quad d)\ \cos(-3\pi) \quad e)\ \cos\left(\frac{8}{6}\pi\right) \quad f)\ \cos\left(-\frac{15}{4}\pi\right)$

3. Aufgabe: Finde ohne Taschenrechner Winkel zwischen 0° und 540° für die gilt:

$a)\ \sin a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad b)\ \sin a = 0{,}5 \quad c)\ \cos a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad d)\ \cos a = -0{,}5$

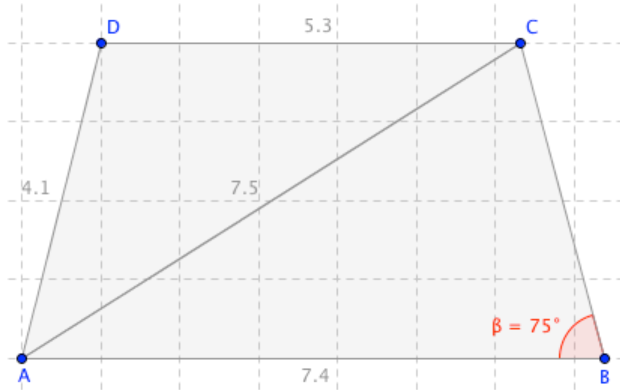
3. Berechnung an beliebigen Dreiecken

1. Aufgabe: Übertrage die Tabelle in dein Heft und fülle die Lücken durch Berechnung.

	a	**b**	**c**	**∢BAC**	**∢CBA**	**∢ACB**
a)	6,2 cm	5,5 cm				117°
b)		5,5 cm	4,6 cm		50°	
c)	8,1 cm	5,0 cm	12,2 cm			
d)	4,1 cm			28°		112°
e)		6,2 cm	11,0 cm	41°		
f)	10,3 cm	1,4 cm	10,8 cm			

2. Aufgabe: Von einem viereckigen Grundstück sind folgende Maße bekannt: $\overline{AB} = 7{,}4$ m, $\overline{AC} = 7{,}5$ m, $\overline{AD} = 4{,}1$ m, $\overline{DC} = 5{,}3$ m und $\beta = 75°$ (siehe Skizze nicht maßstabsgetreu).

a) Berechne den $\sphericalangle BAD$, $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle DCA$ und $\sphericalangle ADC$.
b) Berechne die Streckenlänge $\overline{BC}$.
c) Berechne den Abstand des Punktes C von $[AB]$.



4. Sinus- und Kosinusfunktion

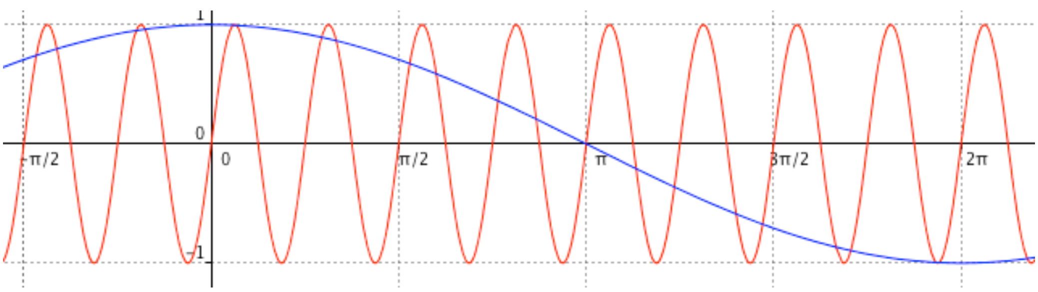
1. Aufgabe:

a) Zeichne den Graphen der Sinusfunktion im Intervall $[-3\pi; 2\pi]$.
b) An welchen Punkten schneidet der Graph der Sinusfunktion in diesem Intervall die x-Achse?

2. Aufgabe:

a) Zeichne den Graphen der Kosinusfunktion im Intervall $[-\pi; 2{,}5\pi]$.
b) An welchen Stellen schneidet der Graph der Kosinusfunktion in diesem Intervall die x-Achse?

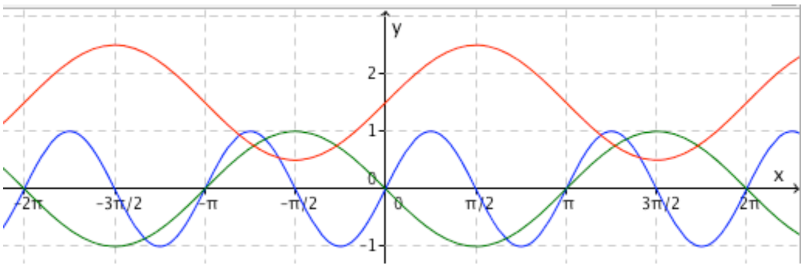
3. Aufgabe: Bestimme die Länge der Periode der beiden periodischen Funktionen.



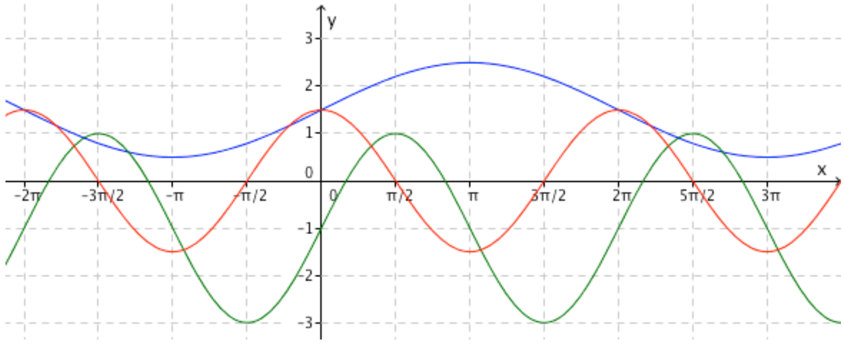
5. Form und Lageänderung der Sinus- und Kosinuskurve

1. Aufgabe: Bei den Graphen handelt es sich um veränderte Sinuskurven. Gib jeweils einen passenden Funktionsterm an.

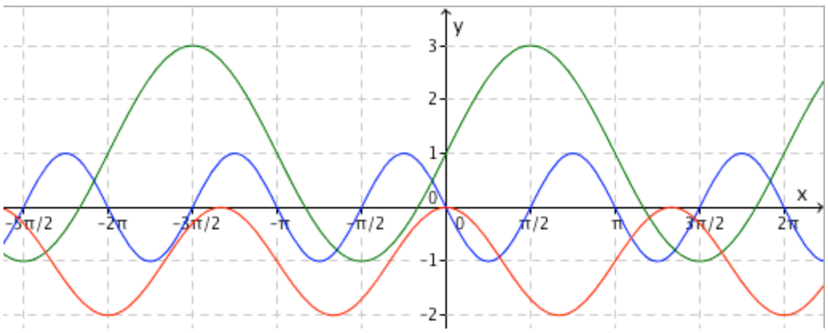
a)



b)



c)



2. Aufgabe: Gib jeweils die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, die Wertemenge und die Extremstellen der Funktionen an.

a) $f(x) = 0{,}5\sin(2x) + 1$
b) $g(x) = -3\sin(0{,}5(x + \pi))$

3. Aufgabe: Gib eine Sinusfunktion und eine Kosinusfunktion an, die folgende Eigenschaften erfüllen:

$p = \pi$
Wertemenge: [-4,5; 1,5]
Amplitude: 3
Verschiebung in x-Richtung: um π nach rechts

6. Wachstums- und Zerfallprozesse/Eigenschaften von Exponentialfunktionen

1. Aufgabe: Eine Bakterienkultur besteht zu Beginn aus 500 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich jede Stunde.

a) Stelle die Anzahl der Bakterien nach t Stunden als Funktion der Zeit dar und zeichne ihren Graphen.
b) Wie viele Bakterien sind nach 3,5 Stunden vorhanden?

2. Aufgabe: Ein Fallschirmspringer springt aus einer Höhe ab, in der ein Luftdruck von 661,0 hPa herrscht.

a) Der Luftdruck nimmt pro hundert Meter Falltiefe um 1,18% zu. Welcher Luftdruck herrscht 600 m nach Absprung?
b) Bestimme den Zunahmefaktor des Luftdrucks, wenn nach 1500 m ein Luftdruck von 1000 hPa herrschen soll.

3. Aufgabe: Die Punkte *A (2/4)* und *B (0,5/0,5)* liegen auf dem Graphen einer Exponentialfunktion vom Typ $f(x) = c \cdot a^x$. Bestimme den zugehörigen Funktionsterm.

7. Logarithmieren als Umkehrung des Potenzierens

1. Aufgabe: Berechne.

$$a)\ \log_2 8 \qquad b)\ \log_3 81 \qquad c)\ \log_{13} 169 \qquad d)\ \log_3 \frac{1}{9} \qquad e)\ \log_6 2 \qquad f)\ \log_2 7$$

2. Aufgabe: Berechne die Unbekannte.

$$a)\ \log_a 9 = 2 \qquad b)\ \log_a 1024 = 5 \qquad c)\ \log_a 15625 = 6 \qquad d)\ \log_a 216 = 3$$
$$e)\ \log_5 x = 2 \qquad f)\ \log_9 x = 4$$

3. Aufgabe: Berechne.

$a)\ \log_2 6 + \log_2 20 - \log_2 15$

$b)\ \log_3 9 + \log_3 2 - \log_3 2$

$c)\ 2\log_a b^3 + \log_a b - 3\log_a b^2$

$d)\ 1{,}5\lg z + 2\lg z^2 - \lg z^{0,5}$

$e)\ \log_a x - (\log_a x^2 + \log_a x)$

$f)\ \log_a d + \log_a (c : d) - \log_a d^2$

8. Einfache Exponentialgleichungen

1. Aufgabe: Bestimme die Lösung der Gleichung.

$a)\ 2^{x+2} = 64$

$b)\ 3^{x+1} = 27$

$c)\ 4^{2x-2} = 200$

$d)\ 5^{x+1} = 9$

$e)\ 9 \cdot 8^{x+2} = 16$

$f)\ 11^{3x+2} = 169$

2. Aufgabe: Bestimme die Lösung der Gleichung.

$a)\ 7^{3x+3} \cdot 7 = 49^{x+3}$

$b)\ 5^{x-2} \cdot 3^{2x} = 77$

$c)\ 3^{-x+2} \cdot 7^x = 7^x$

3. Aufgabe: Bestimme die Lösung der Gleichung.

$a)\ 5 \cdot 5^x = 25^{2x} \cdot 25^3$

$b)\ 3^{-3x+5} \cdot 8^{x-9} = 12^{2x} \cdot 14$

$c)\ 5 \cdot 2^x = 1{,}5 \cdot 3^x$

9. Bedingte Wahrscheinlichkeiten

1. Aufgabe: An einem naturwissenschaftlich-technologisch (NTG) und wirtschafts- und sozial-wissenschaftlichen (WSG) Gymnasium werden die Ergebnisse der Wahlen zu verschiedenen Ausbildungsrichtungen ab der achten Klasse aufgeschrieben. In der sechsten Klasse können die Schüler zwischen Latein (L) und Französisch (F) als zweiter Fremdsprache wählen. 46 % der Schüler wählen Latein. Außerdem weiß man, dass 28% der Schüler naturwissenschaftlich-technologisch orientiert sind, wenn sie Französischschüler sind. 26% der Schüler sind ebenfalls naturwissenschaftlich-technologisch orientiert sind, wenn sie Lateinschüler sind.

a) Zeichne ein passendes Baumdiagramm.
b) Ein Schüler hat Französisch als zweite Fremdsprache. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wählt er den WSG-Zweig?
c) Ein Schüler besucht den NTG-Zweig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit lernt er Französisch?

2. Aufgabe: Eine Verbraucherschutzorganisation kontrolliert in Supermärkten, ob Kinderspielzeug auch zu Recht als solches bezeichnet werden darf. Hierbei bedeutet:
W: „Das untersuchte Kinderspielzeug enthält Weichmacher."
R: „Das untersuchte Kinderspielzeug ist rot."
Bei einer Kontrolle wurden die Ergebnisse tabellarisch notiert:

	W	$\overline{W}$	
R	9	6	15
$\overline{R}$	2	8	10
	11	14	25

a) Gib die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{W} \cap R)$ an und erkläre sie mit Worten.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit $P_{\overline{R}}(W)$ und erkläre sie mit Worten.

3. Aufgabe: In einer Urne befinden sich 30 rote und 30 weiße Kugeln. Außerdem befinden sich in einer zweiten Urne 10 rote und 20 weiße Kugeln. Peter wählt mit verschlossenen Augen eine der Urnen und zieht, auch mit verschlossenen Augen daraus, eine Kugel. Die Kugel ist rot. Folgende Ereignisse werden betrachtet:
U_2: Die Kugel ist aus der zweiten Urne. R: Die Kugel ist rot.

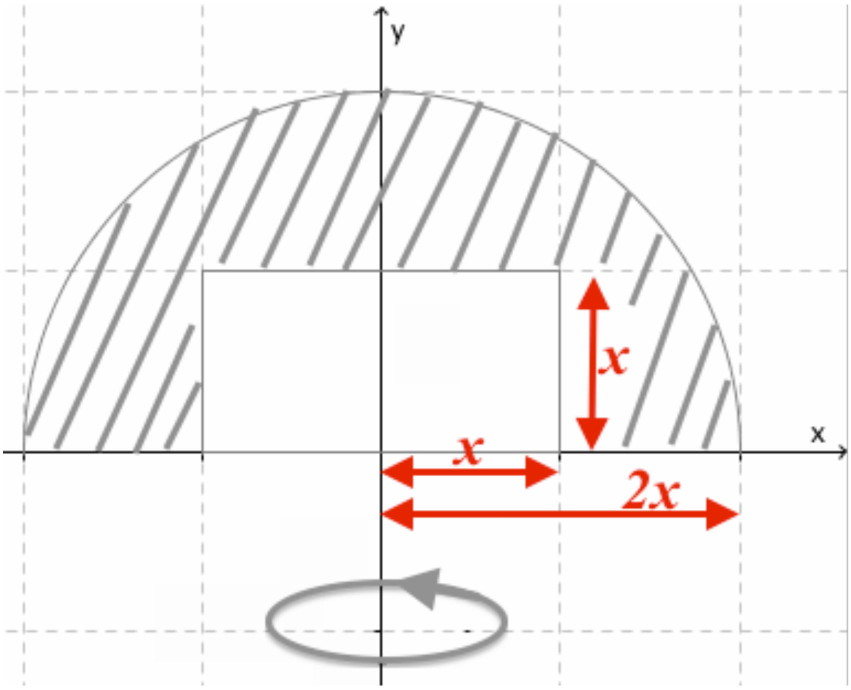
a) Zeichne ein geeignetes Baumdiagramm.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Peters rote Kugel aus der zweiten Urne ist.

10. Oberflächeninhalt und Volumen von Kugeln

1. Aufgabe: Berechne jeweils Oberflächeninhalt und Volumen folgender Kugeln mit Radius r bzw. Durchmesser d.

a) $r = 25$ mm b) $d = 5{,}8$ dm

2. Aufgabe: Berechne das Volumen des ausgehöhlten Rotationskörpers bei Rotation um die y-Achse in Abhängigkeit von x und für $x = 2$.



11. Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Bestimme zeichnerisch die Lösung der folgenden Gleichungen.

a) $x^3 = 6$
b) $x^4 = 9$
c) $x^5 = -7$

12. Ganzrationale Funktionen

1. Aufgabe: Bestimme die Nullstellen mit ihrer Vielfachheit.

a) $f(x) = 3(x - 2)(2x + 6)(x^2 - 4)$
b) $g(x) = x(x - 0{,}125)(1{,}5x - 3)(10x + 4)$
c) $h(x) = 2x^2(2x^2 - 5x)(x^2 + 9)x^2$

2. Aufgabe: Skizziere die Graphen mit Hilfe der Methode „Felder abstreichen“.

a) $f(x) = (x + 2)(x - 1)$
b) $g(x) = -0{,}5(x + 1{,}5)(x - 1)^2$
c) $h(x) = 0{,}5(x + 3)(x - 1)(x + 2)^2$

3. Aufgabe: Gib ganzrationale Funktionen mit folgenden Nullstellen an.

a) $x_1 = 0;\ x_2 = 6;\ x_3 = -6;\ x_4 = 3$
b) $x_1 = 4;\ x_2 = 4;\ x_3 = 4;\ x_4 = 3{,}5$
c) $x_1 = 1;\ x_2 = 1;\ x_3 = 2{,}5;\ x_4 = 5$

13. Überblick über bisher behandelte Funktionen

1. Aufgabe: Skizziere die Funktionen anhand typischer Punkte.

a) $f(x) = -0{,}25 \cdot 5^x$
b) $g(x) = 0{,}5x + 3$
c) $h(x) = 0{,}5 \cdot (x - 3)(x + 2)(x + 1)$
d) $k(x) = \cos(x) + 1$

2. Aufgabe: Berechne für folgenden Funktionen die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

a) $f(x) = 5x + 24$
b) $g(x) = -4x^2 + 3x - 1$
c) $h(x) = 0{,}5 \cdot 0{,}5^x$

3. Aufgabe: Erstelle mit den vorgegebenen Eigenschaften einen Funktionsterm.

a) Nullstellen: $x_1 = -2;\ x_2 = 1;\ x_3 = 3$
b) Schnittpunkt mit der y-Achse: $S\ (0/1)$
y-Achse als waagrechte Asymptote

14. Grenzwerte

1. Aufgabe: Bestimme die Grenzwerte folgender Funktionen für $x \to +\infty$ und für $x \to -\infty$.

$a)\ f(x) = 3x^3 + 5x - 4$

$b)\ g(x) = (4x^3 - 2x + 3)(x - 1)$

$c)\ h(x) = -2x^7 + 4x^4 - 4x + 3$

2. Aufgabe: Bestimme die Grenzwerte folgender Funktionen für $x \to +\infty$ und für $x \to -\infty$.

$a)\ f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$

$b)\ g(x) = \frac{2x^4 + 2}{6x^4 - 5}$

$c)\ h(x) = \frac{25x}{x^2 + 5}$

3. Aufgabe: Bestimme die Grenzwerte folgender Funktionen für $x \to +\infty$ und für $x \to -\infty$.

$a)\ f(x) = 4{,}5 \cdot 7^x$

$b)\ g(x) = \frac{x^2 + 2}{5x^2 - 5}$

$c)\ h(x) = (x^2 - 3)(x + 3)(x^5 + 5)$

15. Untersuchen und Beschreiben weiterer Funktionen und ihrer Graphen

1. Aufgabe: Gib die maximale Definitionsmenge an.

$a)\ f(x) = (x^4 - 9)(x^2 + 2)(x^3 + 9)$

$b)\ g(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 25}$

$c)\ h(x) = \frac{4 + 3x}{x^2 + 3x - 4}$

2. Aufgabe: Überprüfe, ob Symmetrie zum Koordinatensystem vorliegt. Falls ja, gib an, um welche Art der Symmetrie es sich handelt.

$a)\ f(x) = x^3$

$b)\ g(x) = \dfrac{x^2+3}{x^2-9}$

$c)\ h(x) = x(x-2)(x+2)$

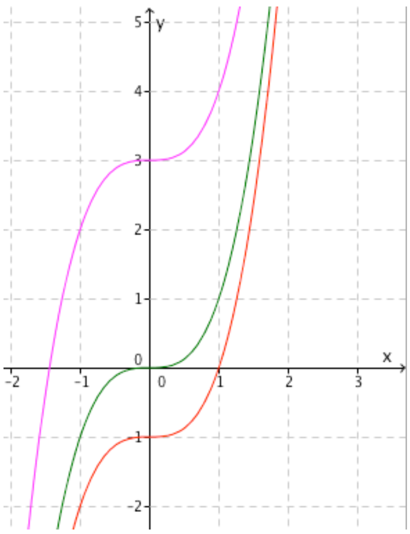
3. Aufgabe: Skizziere den Graphen von *f* so genau wie möglich.

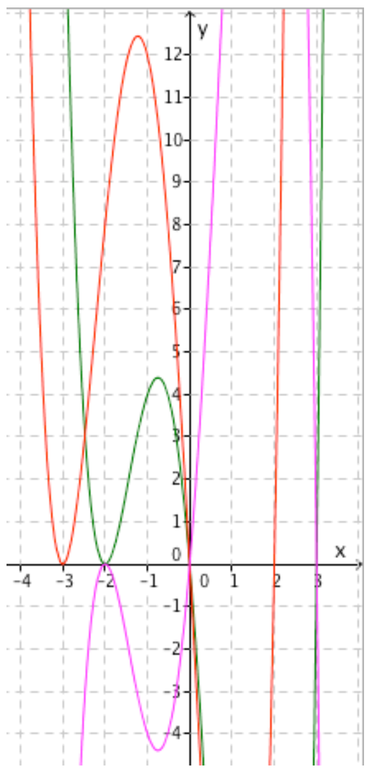
$f(x) = x^2(x^2 - 4)(x + 3)$

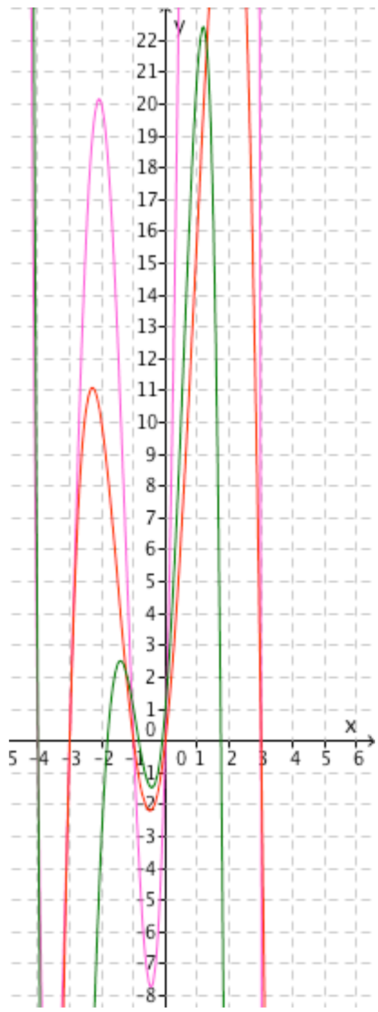
16. Parameter verändern Funktionsgraphen

1. Aufgabe: Welcher Graph passt zum gegebenen Funktionsterm?

a) $f(x) = x^3 - 1$ b) $f(x) = x(x - 3)(x + 2)^2$ c) $f(x) = -x(x^2 - 9)(x + 1)(x + 4)$







2. Aufgabe: Bestimme jeweils den Funktionsterm von g.

a) $f(x) = 3x^2 - 2$ $\quad$ $g(x) = f(2x)$
b) $h(x) = 2x + 3 - 4^x$ $\quad$ $g(x) = h(x + 2) - 1$
c) $k(x) = 8 \cdot 0{,}5^x$ $\quad$ $g(x) = 3 \cdot k(x - 1)$

3. Aufgabe: Die Funktion $f(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3)$ ist gegeben. Skizziere die neuen Graphen für folgende Parameterveränderungen:

a) $g(x) = f(x + 1)$
b) $h(x) = 2 \cdot f(x)$
c) $k(x) = f(2x)$